

1. 정답 ③

$$z^2 = (1+i)^2 = 2i \text{ 이므로 } z^{10} = (z^2)^5 = (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i$$

2. 정답 ①

합성함수는 결합법칙이 성립하므로 $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
또 $f(-1) = 2$ 이므로
 $(h \circ (g \circ f))(-1) = ((h \circ g) \circ f)(-1) = (h \circ g)(2) = 5$

3. 정답 ④

$$64 = 2^6, \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} = (2^{-1})^{2x-4} = 2^{-2x+4} \text{ 이므로}$$

$$2^{-x} < 2^6 < 2^{-2x+4} \text{ 을 풀면 된다. } \therefore -x < 6 < -2x+4$$

$$\therefore -6 < x < -1 \text{ 이므로 정수 } x \text{ 는 } -5, -4, -3, -2$$

4. 정답 ④

$$A-E \text{ 의 역행렬이 } A+E \text{ 이므로 } (A-E)(A+E) = A^2 - E = E$$

$$\therefore A^2 = 2E$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & b \\ c-2 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & b \\ c-2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+bc & 0 \\ 0 & bc+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4+bc = 0 \therefore bc = -4$$

5. 정답 ③

$$\int_0^2 ax(x-2)dx = \int_0^2 (ax^2 - 2ax)dx = \left[\frac{1}{3}ax^3 - ax^2 \right]_0^2 = \frac{8}{3}a - 4a = 1$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

6. 정답 ④

그림생략

부등식을 만족하는 영역은 중심각이 $\frac{2\pi}{3}$ 인 부채꼴이 두 개

$$\text{이므로 넓이} = \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot 2 = \frac{8\pi}{3}$$

7. 정답 ②

$$f(x) = (x-3)Q_1(x) + 3 \quad \therefore f(3) = 3$$

$$f(x) = (x-4)Q_2(x) + 2 \quad \therefore f(4) = 2$$

$$f(x+1) = (x^2 - 5x + 6)Q(x) + R(x), \quad R(x) = ax + b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x=2 \text{ 를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } f(3) = R(2) = 2a + b = 3$$

$$x=3 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } f(4) = R(3) = 3a + b = 2$$

$$\text{연립하여 풀면 } a = -1, b = 5 \therefore R(x) = -x + 5, R(1) = 4$$

8. 정답 ③

x 절편이 1과 3 이고, 아래로 볼록이므로

$$f(x) = a(x-1)(x-3), a > 0$$

$$g(x) = a \int_0^x (x^2 - 4x + 3)dx = a \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right)$$

양변미분하면, $g'(x) = f(x) = a(x-1)(x-3) = 0$

따라서 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 극대, $x=3$ 에서 극소값을 갖는다.

$$\therefore g(1) = a \left(\frac{1}{3} - 2 + 3 \right) = 4, \quad a = 3$$

$$f(x) = 3(x-1)(x-3) \text{ 이므로 } f(x) \text{ 는 } x=2 \text{ 에서 최소값을 가진다}$$

$$\therefore f(2) = -3$$

9. 정답 ④

$\triangle OAB$ 의 넓이를 S 라 하고, $\angle AOB = \theta$ 하면

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \sin \theta \text{ 이다. } \therefore \text{넓이가 최대가 되려면 } \sin \theta = 1$$

이어야 하므로 $\theta = \frac{\pi}{2} \therefore \triangle OAB$ 는 직각삼각형이다.

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{2}$$

점 O 에서 선분 AB 에 그은 수선의 길이를 h 라 하면

$$\overline{OA} \cdot \overline{OB} = \overline{AB} \cdot h \text{ 이고 } h = \frac{k}{\sqrt{3+1}}$$

$$\therefore 1 \cdot 1 = \sqrt{2} \cdot \frac{k}{2} \quad \therefore k = \sqrt{2}, \quad k^2 = 2$$

10. 정답 ①

$$\text{그림에서 } f(x) = a(x-1)^2 + 5$$

$$f(x) = t \text{ 라 두면, } t \leq 5$$

$$\text{따라서 주어진 식은 } t^2 - 5t - 1 = 0 \therefore t = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$t \leq 5 \text{ 이므로 } t = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = f(x)$$

$$a(x-1)^2 + 5 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \therefore \text{서로다른 두 실근의 합은 } 2$$

11. 정답 ②

$$A - B^c = A \cap B = \{2, 4\}$$

12. 정답 ①

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 양변을 제곱하면}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4$$

13. 정답 ③

$$\text{조건에서 } f(9) = 0 \therefore f(x) = (x-9)g(x) \text{ 라 두면 } g(9) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x-9)g(x)}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)g(x)}{\sqrt{x}-3}$$

$$= 6 \cdot g(9) = 12$$

14. 정답 ②

$$a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} 3k = 2 + 3 \frac{n(n-1)}{2} = \frac{3n^2 - 3n + 4}{2} \text{ 이므로}$$

$$a_k = \frac{3n^2 - 3n + 4}{2} = 110 \therefore n = 9$$

15. 정답 ②

i) $x = 1 \quad f(f(1)) = f(3) = 1$

ii) $x = 2 \quad f(f(2)) = f(4) = 2$

일대일 대응이므로 $f(5) = 5 \quad \therefore f(4) + f(5) = 7$

16. 정답 ③

여학생일 사건을 E , 안경을 낀 학생일 사건을 A 라 하면

문제는 $P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.5 \times 0.4 \times 0.75}{0.5} = \frac{3}{10}$

17. $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$ 에서 $a_n = \begin{cases} 1 & (n = \text{짝수}) \\ 0 & (n = \text{홀수}) \end{cases}$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^6} + \dots \right) = \frac{\frac{1}{5^2}}{1 - \frac{1}{5^2}} = \frac{1}{24}$$

18. 정답 ④

$$f(0) = 1 + \log_3 a, \quad f(1) = \log_3 a - 1$$

구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가지기 위해서는

중간값정리에 의해서

$$\{f(0) - 0\} \{f(1) - 1\} < 0 \quad \text{이면 되므로}$$

$$(1 + \log_3 a)(\log_3 a - 2) < 0 \quad \therefore -1 < \log_3 a < 2 \quad \therefore \frac{1}{3} < a < 9$$

19. 정답 ④

조건에서

$$f(x) + g(x) = 2(x - 3)(x - a)$$

$$f(x)g(x) = (x - 3)^2(x - 5)(x - 9)$$

$$\therefore f(x) = (x - 3)(x - 5), \quad g(x) = (x - 3)(x - 9) \quad \text{라 할 수 있다.}$$

$$f(x) + g(x) = (x - 3)(2x - 14) = 0 \quad \therefore a = 7$$

20. 정답 ①

$$\log_x y = \frac{\log y}{\log x} \quad \text{이므로} \quad \frac{\log y}{\log x} = \log x + 2$$

$$\log x = X, \quad \log y = Y \quad \text{로 치환 하면}$$

$$\frac{Y}{X} = X + 2 \quad \therefore Y = X^2 + 2X \quad \dots \text{①}$$

$$x^2 y = k \sim \text{로 두고 양변에 로그를 취하면} \quad 2\log x + \log y = \log k$$

$$\text{즉, } 2X + Y = \log k \quad \text{이고 이 식을 ① 에 대입하면}$$

$$-2X + \log k = X^2 + 2X, \quad X^2 - 4X - \log k = 0$$

$$\text{위 식의 판별식 } 4 + \log k \geq 0 \quad \text{이어야 한다.}$$

$$\therefore k \geq 10^{-4}$$