

[정답 및 해설]

문 1. 정답 ②

$A - B^c = A \cap B$ 이므로 $A \cap B = \{2, 4\}$
모든 원소의 합은 6이다.

문 2. 정답 ①

식 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 를 양변을 제곱하면

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{이므로 } \sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{4} \text{이다.}$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4 \text{이다.}$$

문 3. 정답 ③

$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{x-9} = 2$ 주어진 식에서 $x-9 = (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)$ 으로 인수
분해 할 수 있다.

$$\text{따라서 } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{\sqrt{x}-3} \times \frac{1}{\sqrt{x}+3} = 2 \text{가 된다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{\sqrt{x}-3} \times \frac{1}{6} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{f(x)}{\sqrt{x}-3} = 12$$

문 4. 정답 ②

$a_{n+1} = a_n + 3n$ 을 점화식으로 가지는 수열을 $3n$ 을 계차수열로 가
지는 수열이다.

$$\text{따라서 } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 3k \text{가 된다.}$$

$$a_n = 2 + 3 \times \frac{(n-1)n}{2} \text{이다.}$$

$$a_k = 110 \text{이 되려면}$$

$$2 + 3 \times \frac{(k-1)k}{2} = 110$$

$$3 \times \frac{(k-1)k}{2} = 108$$

$$(k-1)k = 72 = 8 \times 9 \text{이므로 } k = 9 \text{이다.}$$

문 5. 정답 ②

$$(f \circ f)(x) = x \text{여야 하므로 } (f \circ f)(1) = 1$$

$$f(f(1)) = 1 \quad f(1) = 3 \text{이므로 } f(3) = 1 \text{이다.}$$

$$\text{마찬가지로 } (f \circ f)(2) = 2$$

$$f(f(2)) = 2, \quad f(2) = 4 \text{이므로 } f(4) = 2 \text{이다.}$$

주어진 함수는 일대일 함수 이므로 남은 정의역 5,

남은 공역은 5밖에 없으므로 $f(5) = 5$ 가 될 수 밖에 없다. 따라서
 $f(4) + f(5) = 2 + 5 = 7$ 이다.

문 6. 정답 ③

임의로 한명을 뽑았을 때 여학생이 나오는 사건을 A , 안경을 끼고
있는 학생이 나올 확률을 B 라고 하면 이 학교의 여학생 중에서 임
의로 한명을 뽑았을 때, 그 학생이 안경을 끼고 있을 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{이다.}$$

남학생이 전체 학생의 50%이므로 여학생은 전체 학생의 50%이다.

$$\text{따라서 } P(A) = \frac{1}{2}$$

안경을 낀 남학생이 전체 학생의 25%이므로 안경을 낀 여학생은
전체 학생의 15%이다.

$$\text{따라서 } P(A \cap B) = \frac{15}{100}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{1}{2}} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} \text{이다.}$$

문 7. 정답 ①

$a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$ 를 순서대로 나열해보면 0, 1, 0, 1, 0, ... 로 규
칙이 생김을 알 수 있다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = 0 + \frac{1}{5^2} + 0 + \frac{1}{5^4} + 0 + \frac{1}{5^6} + \dots \text{가 된다.}$$

즉, 첫째항이 $\frac{1}{25}$ 이고 공비가 $\frac{1}{25}$ 이 무한등비급수가 되므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = \frac{\frac{1}{25}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{1}{24} \text{이다.}$$

문 8. 정답 ④

구간 (a, b) 에서 함수 $g(x) = 0$ 이 적어도 하나의 실근을 가지려면
 $g(a)g(b) < 0$ 이 되어야 한다.

따라서, 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가지려면
 $f(0)\{f(1)-1\} < 0$ 이 되어야 한다.

$$f(0) = \log_3 3a, \quad f(1) = \log_3 \frac{a}{3} \text{이므로 위 식에 대입하면}$$

$$\log_3 3a (\log_3 \frac{a}{3} - 1) < 0$$

$$(1 + \log_3 a)(\log_3 a - 2) < 0$$

$$-1 < \log_3 a < 2$$

$$\frac{1}{3} < a < 9$$

문 9. 정답 ④

$f(x)g(x) = 0$ 의 해집합에 3이 있으므로 $f(3) = 0$ 또는 $g(3) = 0$ 이다.

$f(x) = -g(x)$ 의 해집합에도 3이 있으므로 $f(3) = -g(3)$ 이다.

둘 중 하나가 반드시 0이므로 결국 두 함수값이 모두 0임을 알 수 있다.

$$f(3) = 0, g(3) = 0$$

$f(x)g(x) = 0$ 의 해집합이 $\{3, 5, 9\}$ 이므로 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 최대 공약수로 $(x-3)$ 을 가지고 최소공배수로 $(x-3)(x-5)(x-9)$ 를 가진다.

따라서, $f(x) = (x-3)(x-5)$ 로 나누고, $g(x) = (x-3)(x-9)$ 로 나누면

$f(x) = -g(x)$ 의 식은 $(x-3)(x-5) = -(x-3)(x-9)$ 가 된다.

$(x-3)(2x-14) = 0$ 으로 정리가 되므로 해는 3, 7이다.

그러므로 $a = 7$ 이다.

문 10. 정답 ①

$$\log_x y = \log x + 2$$

$$\frac{\log y}{\log x} = \log x + 2$$

$$\log y = (\log x)^2 + 2\log x$$

우리가 구해야하는 것은 $x^2 y$ 이기 때문에 양변에 $2\log x$ 를 더하면

$$\log y + 2\log x = (\log x)^2 + 4\log x$$

$$\log x^2 y = (\log x)^2 + 4\log x$$

$$\log x^2 y = (\log x + 2)^2 - 4$$

$$\log x^2 y \geq -4$$

$$x^2 y \geq 10^{-4}$$

따라서 최소값은 10^{-4} 이다.

문 11. 정답 ③

$z = 1 + i$ 양변을 제곱하면

$$z^2 = 2i \text{이다.}$$

$$z^{10} = (z^2)^5 = (2i)^5 = 32i \text{이다.}$$

문 12. 정답 ①

$$(h \circ (g \circ f))(-1) = ((h \circ g) \circ f)(-1)$$

(함수는 결합법칙이 성립하므로)

$$= (h \circ g)(f(-1))$$

$$= (h \circ g)(2)$$

$$= 5$$

문 13. 정답 ④

$$2^{-x} < 64 < \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4}$$

부등식에서 밑을 전부 2로 바꾸면

$$2^{-x} < 2^6 < 2^{-2x+4}$$

$$-x < 6 < -2x+4$$

$x > -6, x < -1$ 이어야 하므로

$-6 < x < -1$ 이다.

따라서 만족하는 정수는 $-5, -4, -3, -2$ 로 4개다.

문 14. 정답 ②

$A - E$ 의 역행렬이 $A + E$ 이므로 $(A - E)(A + E) = E$ 이다.

$A^2 - E = E$ 이므로 $A^2 = 2E$ 이다.

$A = \begin{pmatrix} 2 & b \\ c & -2 \end{pmatrix}$ 를 위 식에 대입하면 $\begin{pmatrix} 2 & b \\ c & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & b \\ c & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 가 되어야 한다.

$$\begin{pmatrix} 4+bc & 0 \\ 0 & 4+bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{이므로 } bc = -2 \text{이다.}$$

문 15. 정답 ③

확률밀도함수 $g(x)$ 는 정의된 구간 (a, b) 에서 $\int_a^b g(x)dx = 1$ 이어야 한다. (확률의 총합은 1이어야 하므로)

따라서 주어진 확률밀도함수 $f(x)$ 도 $\int_0^2 ax(x-2)dx = 1$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} \int_0^2 ax(x-2)dx &= \left[\frac{a}{3}x^3 - ax^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{8}{3}a - 4a \\ &= -\frac{4}{3}a = 1 \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a = -\frac{3}{4}$$

문 16. 정답 ④

$x^2 + y^2 \leq 4$ 는 원점을 중심으로 가지고 반지름이 2인 원의 내부이다.

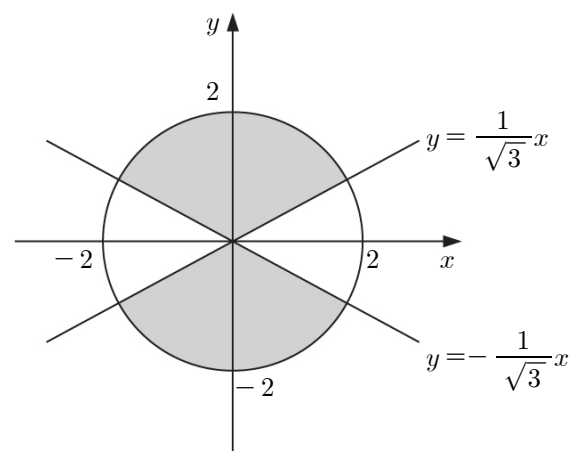
$$x^2 - 3y^2 \leq 0$$

$$(x - \sqrt{3}y)(x + \sqrt{3}y) \leq 0$$

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ 로 나뉘는 영역에서 $(0, 1)$ 과

$(0, -1)$ 를 포함하는 부분을 나타낸다.

두 영역은 아래 그림처럼 표현된다.



$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 와 x 축 사이의 각은 30° 이다. ($\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$)

따라서 색칠된 2개의 부채꼴의 각은 둘 다 120° 이다.

영역의 넓이는 $2 \times 2^2\pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{8}{3}\pi$

문 17. 정답 ②

$f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 3이므로 $f(3)=3$ 이다.

마찬가지로 $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지가 2이므로 $f(4)=2$ 이다.

$f(x+1) = (x^2-5x+6)Q(x)+R(x)$ $R(x)=ax+b$ 로 나누면

$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$ 가 된다.

위 식에 $x=2$ 를 대입하면

$f(3)=2a+b$

$x=3$ 을 대입하면

$f(4)=3a+b$

$f(3)=3, f(4)=2$ 이므로 $\begin{cases} 2a+b=3 \\ 3a+b=2 \end{cases}$ 가 성립한다.

따라서 $a=-1, b=5$

$R(x)=-x+5$

$R(1)=4$ 이다.

문 18. 정답 ③

$g(x) = \int_0^x f(x)dx = [F(x)]_0^x = F(x) - F(0)$ 이다.

$g'(x) = f(x) = a(x-1)(x-3)$ (단, $a > 0$)

($\because f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 두점 $(1, 0), (3, 0)$ 을 지나기 때문에)

	0	...	1	...	3	...
$g'(x)$	0	+	0	-	0	+
$g(x)$		↗	극댓값	↘		↗

$g(x)$ 는 $x=1$ 일 때 극댓값 4를 가지므로

$g(1) = \int_0^1 a(x-1)(x-3)dx = 4$

$\left[\frac{a}{3}x^3 - 2ax^2 + 3ax \right]_0^1 = 4$

$\frac{a}{3} - 2a + 3a = 4$

$\frac{4}{3}a = 4$

$a = 3$

따라서 $f(x) = 3(x-1)(x-3)$ 이므로

$f(x)$ 는 대칭축 $x=2$ 일 때, 최솟값으로 $f(1)=-3$ 을 가진다.

문 19. 정답 ④

원점 O 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면

$\overline{OM}$ 은 원점과 직선 $\sqrt{3}x+y=k$ 사이의 거리 이다. $\overline{OM} = \frac{|-k|}{2}$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분 하므로 삼각형

AOM 은 직각삼각형이다.

선분 OA 는 원의 반지름으로 1이므로 피타고라스정리에 의해

$\overline{AM} = \sqrt{1 - \frac{k^2}{4}}$ 이다.

삼각형 OAB 의 넓이는 삼각형 OAM 의 넓이의 2배 이므로

$S = \frac{|-k|}{2} \sqrt{1 - \frac{k^2}{4}} = \sqrt{\frac{4k^2 - k^4}{16}} = \sqrt{\frac{-(k^2 - 2)^2 + 4}{16}}$

따라서 $k^2 = 2$ 일 때 최대를 가진다.

문 20. 정답 ①

$\{f(x)\}^2 = 5f(x) + 1$

$\{f(x)\}^2 - 5f(x) - 1 = 0$

$f(x) = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$ (근의 공식을 이용하여)

$f(x)$ 의 최댓값은 5이므로 $f(x)$ 는 5를 넘는 $\frac{5 + \sqrt{29}}{2}$ 가 될 수 없다.

따라서 $f(x) = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$ 이다.

$f(x)$ 는 대칭축이 1이므로 $y=f(x)$ 와 $y = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$ 의 교점의 x

좌표인 $f(x) = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$ 의 근은 $1-a, 1+a$ 로 표현이 가능하다.

따라서 서로 다른 모든 실근의 합은 2이다.

[2014년 6월 21일 지방직 9급 공무원 수학 총평]

이번 2014년 지방직 9급 시험은 지난 4월 19일의 국가직 시험에 비해 조금 어렵게 출제되었습니다.

도형과 그래프가 등장하는 문제들이 있어 평이한 문제가 많았음에도 불구하고 전체적으로 어렵다고 느낀 수험생들이 많이 있었을 것으로 생각합니다.

하지만 공수신 수학의 기본 개념을 충실히 이해 위주로 공부한 수험생들은 그리 어렵지 않게 풀어낼 수 있었을 것이고, 더불어 공수신 700제, 공수신 비밀파일로 공부를 한 수험생들도 같은 유형의 문제들이 교재에 수록되어 있어 눈에 익은 문제들이 많이 있었을 것으로 생각합니다.

공수신 수학의 교재 내용을 단순 암기하는 것이 아니고, 이해 위주로 공부하는 것이 얼마나 중요한지 이번 시험을 통해 알 수 있습니다. 특히 수학은 기본 개념을 충실히 이해하고, 문제풀이를 통해 기본 개념을 적용하는 연습을 꾸준히 반복한다면 누구나 좋은 성적을 받을 수 있습니다.