

# 2013년 7월27일 시행 9급 국가직 수학 문제 해설 및 총평

아모르이그잼 광주캠퍼스

※ 최주홍 교수님 제공 (062)514-4560

## 1. 과정별 문항 분포도

- 고1-상 : 1 / 2 / 3 / 6 / 19 (5문항)
- 고1-하 : 7 / 10 / 13 / 19 (4문항)
- 수 I : 4 / 5 / 11 / 14 / 17 / 20 (6문항)
- 미적분통계 : 8 / 9 / 12 / 15 / 16 (5문항)

## 2. 문항별 소요시간

문항	소요시간	문항	소요시간
1	30초	11	30초
2	1분	12	30초
3	1분	13	2분
4	30초	14	30초
5	30초	15	30초
6	1분	16	1분
7	1분	17	1분
8	30초	18	30초
9	30초	19	1분
10	1분	20	1분

30초 : 10문항

1분 : 9문항

2분 : 1문항

※ 위 소요시간 배정은 모의평가 평균75~80점 정도를 기준으로 하여 배정 된 것이므로 참고자료로 활용하시기 바랍니다.

## 3. 총평

2 / 6 / 13 문항처럼 복잡하고 시간이 많이 소요되는 고난도 문제가 모두 고등수학 상/하에서 출제되었습니다. 이것은 고등공통교육과정(고등수학 상/하)에서 변별력 있는 문제를 출제하겠다는 안행부의 의지로 보입니다. 따라서 앞으로의 지방직 시험 또한 고등수학 상/하에서 시간이 많이 소요되는 고난도 문제가 2-3문항 정도 출제될 가능성이 높습니다. 수험생 여러분들은 문제 풀이에 대한 요령 즉 속성풀이에 대한 연습이 필요하고 15분 이내에 20문항을 해결할 수 있는 능력이 요구됩니다. 그러나 6번이나 13번의 경우의 문제처럼 지나치게 복잡한 문제는 공무원 시험 문제로서는 그다지 좋은 문제라고 볼 수 없습니다.

4. 혹시 공부하는 과정에 질문이나 의문 나는 사항이 있으면 아래로 연락주시면 상담 받으실 수 있습니다

아모르 이그잼 광주 캠퍼스 수학 최주홍

☎ 010 - 4605 - 2027

문 1. 집합  $A = \{-1, 1, -i, i\}$ 가 사칙연산 중 단혀있는 것만을 있는 대로 나열한 것은? (단,  $i^2 = -1$ 이다)

- ① 덧셈, 나눗셈
- ② 곱셈, 곱셈
- ③ 곱셈, 나눗셈
- ④ 곱셈, 나눗셈

1. 정답 ③

해설) i ) 곱셈 연산

$\times$	-1	1	$-i$	$i$
-1	1	-1	$i$	$-i$
1	-1	1	$-i$	$i$
$-i$	$i$	$-i$	-1	1
$i$	$-i$	$i$	1	-1

ii) 나눗셈 연산

$\div$	-1	1	$-i$	$i$
-1	1	-1	$i$	$-i$
1	-1	1	$-i$	$i$
$-i$	$i$	$-i$	-1	1
$i$	$-i$	$i$	1	-1

문 2. 서로 다른 두 이차방정식  $x^2 + kx + 5 = 0$ ,  $x^2 + 5x + k = 0$  오직 하나의 공통인 근  $\alpha$ 를 가질 때, 상수  $k$ 와 근  $\alpha$ 의 합  $k + \alpha$ 의 값은?

- ① -9
- ② -7
- ③ -5
- ④ -3

2. 정답 ③

해설) 공통근이  $\alpha$ 이므로

$$\alpha^2 + k\alpha + 5 = 0 \quad \dots \quad ①$$

$$\alpha^2 + 5\alpha + k = 0 \quad \dots \quad ②$$

①-②에서

$$(k-5)\alpha - (k-5) = 0$$

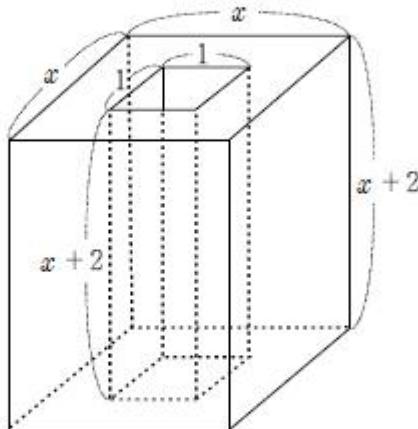
$$(k-5)(\alpha-1) = 0 \quad \therefore k=5 \text{ 또는 } \alpha=1$$

$k=5$  이면 공통근이 2개이므로 모순!!

$\therefore \alpha=1$ 이고 ①식에 대입하면  $k=-6$

$$\therefore k+\alpha = -6+1 = -5$$

문 3. 가로, 세로, 높이가 각각  $x$ ,  $x$ ,  $x+2$ 인 직육면체에 그림과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 1, 1,  $x+2$ 인 직육면체 모양으로 구멍을 뚫었다. 남은 부분의 부피가 40이 될 때,  $x$ 의 값은?



- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6

### 3. 정답 ①

해설)  $x \times x \times (x+2) - 1 \times 1 \times (x+2) = 40$

$$x^3 + 2x^2 - x - 42 = 0$$

$$(x-3)(x^2 + 5x + 14) = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad (\because x > 0)$$

문 4.  $\log 3250$ 의 지표를  $n$ ,  $\log 0.00325$ 의 가수를  $a$ 라 할 때,  $n$ 과  $a$ 의 곱  $na$ 의 값은? (단,  $\log 3.25 = 0.5119$ 로 계산한다)

- ① 05119
- ② 15357
- ③ 20476
- ④ 25595

### 4. 정답 ②

해설) 3250은 4자릿수 이므로  $n=3$

$\log 0.00325$ 는 지표가  $-3$  이므로

$\log 0.00325$ 의 가수는

$$\log 0.00325 - (-3) = \log 3.25 = 0.5119 \text{ 이므로 } a = 0.5119 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n \times a = 3 \times 0.5119 = 1.5357$$

문 5. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1}-1}{x^n+1}$ 에 대하여  $f(9)+f\left(\frac{1}{9}\right)$ 의 값은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11

### 5. 정답 ①

$$\text{해설) } f(9) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^{n+1}-1}{9^n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 - \left(\frac{1}{9}\right)^n}{1 + \left(\frac{1}{9}\right)^n} = \frac{9}{1} = 1$$

$$f\left(\frac{1}{9}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{n+1}-1}{\left(\frac{1}{9}\right)^n+1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$f(9) + f\left(\frac{1}{9}\right) = 9 + (-1) = 8$$

문 6. 다항식  $P(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

- (가)  $P(x)$ 를  $(x-1)^2$ 으로 나누면 나머지가  $2x-1$ 이다.
- (나)  $P(x)$ 를  $(x+1)$ 로 나누면 나머지가 3이다.

$P(x)$ 를  $(x-1)^2(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(3)$ 의 값은?

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13

### 6. 정답 ②

해설)  $P(x) = (x-1)^2 \cdot Q(x) + 2x-1$ 에서  $P(1) = 1 \dots ①$

$P(x) = (x+1) \cdot Q_1(x) + 3$ 에서  $P(-1) = 3 \dots ②$

$P(x) \equiv (x-1)^2(x+1)$ 로 나눈 나머지를  $ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)^2(x+1) \cdot Q_2(x) + ax^2 + bx + c \\ &= (x-1)^2(x+1) \cdot Q_2(x) + a(x-1)^2 + 2x-1 \dots ③ \\ &= (x-1)^2((x+1) \cdot Q_2(x) + a) + 2x-1 \dots ③ \end{aligned}$$

③에  $x = -1$ 을 대입하면

$$P(-1) = 4a - 3, 4a - 3 = 3, a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{3}{2}(x-1)^2 + 2x - 1$$

$$\therefore R(3) = \frac{3}{2}(3-1)^2 + 2 \cdot 3 - 1 = 11$$

6번 참조) 항등식과 미분법을 이용한 풀이도 있으나 그 풀이가 결코 시간이 단축된다고 볼 수는 없다.

문 7. 좌표평면 위의 두 점 A(3, 1), B(-1, -2)를 지나는 직선과 원점 O(0, 0) 사이의 거리는?

- ① 1
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{5}$

7. 정답 ①

해설) 두 점  $A, B$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$3x - 4y - 5 = 0 \text{ 이므로}$$

점  $(0, 0)$ 과  $3x - 4y - 5 = 0$  까지의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-5|}{5} = 1$$

문 8. 어느 학교 전체 학생의 수학 점수는 평균이 50점, 표준편차가 4점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 수학 점수가 46점 이상 58점 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은?

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.8185
- ② 0.7745
- ③ 0.6587
- ④ 0.3413

8. 정답 ①

해설) 수학점수  $X$ 는 정규분포  $N(50, 4^2)$ 을 따르므로

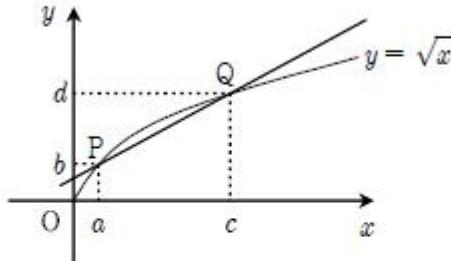
$$P(46 \leq X \leq 58) = P\left(\frac{46-50}{4} \leq Z \leq \frac{58-50}{4}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$$

문 9. 그림과 같이 함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점  $P(a, b)$ ,  $Q(c, d)$ 에 대하여  $b+d=2$ 일 때, 두 점  $P, Q$ 를 지나는 직선의 기울기는? (단,  $0 < a < c$ )



- ①  $\frac{1}{5}$
- ②  $\frac{1}{4}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{1}{2}$

9. 정답 ④

해설)  $\sqrt{a} = b, a = b^2$  이고  $\sqrt{c} = d, c = d^2$  이고  $b+d=2$

$$\text{직선 } PQ \text{의 기울기는 } \frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{1}{d+b} = \frac{1}{2}$$

문 10. 두 일차함수  $f(x) = ax+b, g(x) = x-3$  대하여  $(g \circ f)(1) = -1$  이고  $(g^{-1} \circ f)(-1) = 3$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을?

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2

10. 정답 ③

해설)  $g \circ f(1) = g(f(1)) = g(a+b) = a+b = -1$

$$a+b=2 \dots ①$$

$$(g^{-1} \circ f)(-1) = g^{-1}(f(-1)) = g^{-1}(-a+b) = 3 \text{ 이므로 } g(3) = -a+b, -a+b = 0 \dots ②$$

$$①, ② \text{에서 } a=1, b=1 \\ \therefore ab = 1 \times 1 = 1$$

문 11. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A+X=AB$ 를 만족시키는 행렬  $X$ 는?

- ①  $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- ②  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
- ③  $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
- ④  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

11. 정답 ③

해설)  $X = AB - A = A(B-E)$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

문 12. 다항식  $(3x-2)^4$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는?

- ① -216
- ② -108
- ③ 108
- ④ 216

12. 정답 ④

해설)  $(3x-2)^4 = (3x + (-2))^4$  에서 일반항은

$${}_4C_r \cdot (3x)^{4-r} \cdot (-2)^r = {}_4C_r \cdot 3^{4-r} \cdot (-2)^r \cdot x^{4-r}$$

$$x^{4-r} = x^2 \text{ 에서 } r=2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x^2 \text{ 의 계수는 } \frac{4!}{2! \times 2!} \times 3^2 \times (-2)^2 = 6 \times 9 \times 4 = 216$$

# 2013년 7월27일 시행 9급 국가직 수학 문제 해설 및 총평

**NC 아모르이그잼 광주캠퍼스**

\* 최주홍 교수님 제공 (062)514-4560

문 13.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이고  $\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta} = 2 + \sqrt{3}$  일 때,  $\sin\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$
- ②  $-\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

## 13. 정답 ①

해설)  $\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta} = 2 + \sqrt{3}$ 에서

$$1 - \tan\theta = (2 + \sqrt{3})(1 + \tan\theta)$$

$$(3 + \sqrt{3})\tan\theta = -(1 + \sqrt{3})$$

$$\therefore \tan\theta = -\frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta + 1 = \left(-\frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}\right)^2 + 1 = \left(\frac{2(1 + \sqrt{3})}{3 + \sqrt{3}}\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\cos^2\theta = \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{2(1 + \sqrt{3})}\right)^2 \text{ 이고 } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{에서}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{(3 + \sqrt{3})^2}{\{2(1 + \sqrt{3})\}^2} = \frac{1}{4}$$

그런데  $\theta$ 가 제 2사분면의 각이므로

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$$

문 14. 방정식  $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $3^{2\alpha} + 3^{2\beta}$ 의 값은?

- ① 13
- ② 26
- ③ 39
- ④ 52

## 14. 정답 ②

해설)  $3^x = t$ 로 치환하면  $t > 0$ 이고

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 = 0, (3^x)^2 - 6 \cdot 3^x + 5 = 0$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0, (t-1)(t-5) = 0, t = 1, 5$$

$$\{3^\alpha, 3^\beta\} = \{1, 5\} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 3^{2\alpha} + 3^{2\beta} = (3^\alpha + 3^\beta)^2 - 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^\beta = (1+5)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 5 = 26$$

문 15.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} (x^3 - 2x^2 + 3) dx$ 의 값은?

- ① -4
- ② -1
- ③ 2
- ④ 5

## 15. 정답 ③

해설)  $\int (x^3 - 2x^2 + 3) dx = F(x) + C$  라 하면

$$F'(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\int_1^{1+h} (x^3 - 2x^2 + 3) dx}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1)}{h} = F'(1)$$

$$= 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 = 2$$

15-별해) 로피탈 정리를 사용하여 계산 하여도 된다.

문 16. 곡선  $y = x^3$  위의 점 (1, 1)에서의 접선이 곡선  $y = x^2 + ax + 2$ 에

접하도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 합은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6

## 16. 정답 ④

해설)  $y = x^3$ 의 (1, 1)에서의 접선 기울기는

$$y'_{x=1} = 3 \cdot 1^2 = 3 \text{ 이므로}$$

$$\text{접선은 } y - 1 = 3(x - 1), y = 3x - 2 \text{ 이고}$$

$$y = x^2 + ax + 2 \text{ 와 접하므로}$$

$$x^2 + ax + 2 = 3x - 2, x^2 + (a-3)x + 4 = 0 \text{ 의 판별식}$$

$$D = (a-3)^2 \cdot 1 \cdot 4 = 0, a-3 = \pm 4, a = 7, -1$$

따라서  $a$ 의 값의 합은 6이다.

문 17. 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt{n^2 + n + 1}$ 의 소수 부분을  $a_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ① 1
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{1}{4}$

## 17. 정답 ②

해설)  $\sqrt{n^2} < \sqrt{n^2 + n + 1} < \sqrt{n^2 + 2n + 1}$

$$n < \sqrt{n^2 + n + 1} < n + 1 \text{에서}$$

$\sqrt{n^2 + n + 1}$ 의 정수부분은  $n$ 이다.

$$\therefore a_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \{ \sqrt{n^2 + n + 1} - n \}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+n+1} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{2}$$

# 2013년 7월27일 시행 9급 국가직 수학 문제 해설 및 총평

문 18.  $x$ 에 대한 이차방정식  $4x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이  $\sin\theta, \cos\theta$  일 때,  $k$ 의 값은?

- ①  $-\frac{9}{2}$
- ②  $-\frac{7}{2}$
- ③  $-\frac{5}{2}$
- ④  $-\frac{3}{2}$

18. 정답 ④

해설)  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$

$$\sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{k}{4} \dots \textcircled{2}$$

①의 양변을 제곱하면

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta \cdot \cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$$

$$2\sin\theta \cdot \cos\theta = -\frac{3}{8} \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{에서 } \frac{k}{4} = -\frac{3}{8} \therefore k = -\frac{3}{2}$$

문 19. 양의 실수  $x, y, z$ 가 비례식  $(x+y):(y+z):(z+x) = 3:4:5$ 를

만족할 때,  $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값은?

- ①  $\frac{9}{14}$
- ②  $\frac{11}{14}$
- ③  $\frac{13}{14}$
- ④  $\frac{15}{14}$

19. 정답 ②

해설)  $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$  라 하면

$$x+y=3k \dots \textcircled{1}$$

$$y+z=4k \dots \textcircled{2}$$

$$z+x=5k \dots \textcircled{3}$$

①+②+③에서

$$2(x+y+z)=12k \dots \textcircled{4}$$

①, ②, ③, ④에서  $x=2k, y=k, z=3k$  이므로

$$\therefore \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} = \frac{2k^2+3k^2+6k^2}{4k^2+k^2+9k^2} = \frac{11k^2}{14k^2} = \frac{11}{14}$$

문 20. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = \log(n+3)(n+4)$ 를

만족시킨다.  $\sum_{k=1}^{29} a_{2k} = \log \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다)

- ① 24
- ② 27
- ③ 30
- ④ 33

20. 정답 ④

해설)  $\sum_{k=1}^n a_k = S_n$  이므로  $S_n = \log(n+3)(n+4)$  이므로

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \log(n+3)(n+4) - \log(n+2)(n+3) \\ &= \log \frac{n+4}{n+2} \end{aligned}$$

$$\therefore a_{2k} = \log \frac{2k+4}{2k+2} = \log \frac{k+2}{k+1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^{29} a_{2k} &= \sum_{k=1}^{29} \log \frac{k+2}{k+1} \\ &= \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \dots + \log \frac{30}{29} + \log \frac{31}{30} \\ &= \log \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{30}{29} \times \frac{31}{30} \\ &= \log \frac{31}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore p+q = 33$$