100% 적중 변홍석교수님의
공무원 수학
정공법
EVERY DAY

2013년도 7월 27일 시행
국가 9급 공채 필기시험
해설판

노량진 중심의
지안공무원학원 수학과 대표강사
변 홍석교수님이 운영하는
공무원 수학 자료실[공수정]

2013년도 7월 27일 시행

국가 9급 공채 필기시험

공채 필기 시험

정답

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
③	④	①	②	③	④	②	④	②	④
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
③	③	①	②	①	②	①	①	④	③

출제 비율

시 행 년 도 / PART / 분 류 / 단 원 명	2013 7/27시행 국가 9급 공채 필기시험	비율(%)
01 수 학(상)	6	30%
02 수 학(하)	5	25%
03 수 학(1)	6	30%
04 미적분과 통계기본	3	15%
합 계	20	100%

해설

1 출제의도 수학 1

행렬의 연산-행렬의 덧셈과 곱셈의 이해도를 측정한 문제이다.

$A+X=AB$에서 $X=AB-A$

$$X=\begin{pmatrix}3&2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&2\\2&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}5&-3\\3&-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&2\\2&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2&-5\\1&-3\end{pmatrix}$$

2 출제의도 고등수학 상

다항식의 전개-다항식의 전개에 대한 이해도를 측정한 문제이다.

$(3x-2)^2=9x^2-12x+4$이므로

$(3x-2)^4=(9x^2-12x+4)(9x^2-12x+4)$

이 식에서 x^2의 항은

i) 1차×1차인 경우 : $144x^2$

ii) 2차×상수인 경우 : $(36+36)x^2=72x^2$

따라서 x^2의 계수의 합은 $144+72=216$

3 출제의도 고등수학 하

삼각함수의 성질을 이해하고 그 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제이다.

$\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}=2+\sqrt{3}$의 양변에 $1+\tan\theta$를 곱하면

$1-\tan\theta=(2+\sqrt{3})(1+\tan\theta)\cdots$ ㉠

$1-\tan\theta=(2+\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})\tan\theta$

$(3+\sqrt{3})\tan\theta=-1-\sqrt{3}$

$\tan\theta=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})}$

유리화 하면 $\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ $(\because \dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi)$

4 출제의도 수학1

지수방정식-지수방정식의 해를 치환을 통한 방법으로 구하는 문제이다.

$9^x-2\cdot3^{x+1}+5=0$를 정리하면

$(3^x)^2-2\cdot3\cdot3^x+5=0$

$3^x=t>0$로 치환하면

준식은 $t^2-6t+5=0$

$(t-1)(t-5)=0$ $\therefore t=1$ 또는 $t=5$

치환을 돌려주면 $3^x=1$, $3^x=5$이고 두 근이 α, β이므로

$3^\alpha=1$, $3^\beta=5$ 또는 $3^\beta=1$, $3^a=5$를 만족한다.

구하는 것은 $3^{2\alpha}+3^{2\beta}$이므로

i) $3^\alpha=1$, $3^\beta=5$ 인 경우 각각 양변 제곱하면

$3^{2\alpha}=1^2=1$, $3^{2\beta}=5^2=25$

ii) $3^\beta=1$, $3^a=5$ 인 경우 각각 양변 제곱하면

$3^{2\beta}=1^2=1$, $3^{2\alpha}=5^2=25$

따라서 구하는 $3^{2\alpha}+3^{2\beta}$는 항상 $1+25=26$

5 출제의도 미적분과 통계 기본

정적분-정적분의 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제이다.

$f(x)=x^3-2x^2+3$라고 하면

준식 $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{1}{h}\displaystyle\int_1^{1+h}f(x)dx$로 쓸 수 있다.

$f(x)$의 부정적분의 하나를 $F(x)$라고 하면

$$\int_1^{1+h}f(x)dx=[F(x)]_1^{1+h}$$

$$=F(1+h)-F(1)$$

이므로 준식을 다시 쓰면

$$\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1)}{h}=F'(1)=f(1)$$

따라서 $f(1)=1^3-2\cdot1^2+3=1-2+3=2$

6 출제의도 미적분과 통계 기본

2013년도 7월 27일 시행
국가 9급 공채 필기시험
해설판

노량진 중심의
지안공무원학원 수학과 대표강사
변 홍석교수님이 운영하는
공무원 수학 자료실[공수정]

접선의 방정식-미분을 이용하여 기울기를 구하여 접선의 방정식을 구하는 문제이다.

곡선 $y=x^3$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선의 기울기는 $x=1$에서 의 미분 계수이므로

$f'(x)=3x^2$에서 $f'(1)=3\times1^2=3$

즉 기울기가 3이고 점 $(1,\ 1)$을 지나는 직선방정식을 구하면

$y-1=3(x-1)$

$\therefore y=3x-2\cdots\cdots$㉠

㉠이 곡선 $y=x^2+ax+2$에 접하므로 연립한 식의 $D=0$이면 된다.

㉠과 $y=x^2+ax+2$을 연립하면 $x^2+(a-3)x+4=0$

$D=(a-3)^2-16=0$

$a^2-6a-7=0$

모든 상수 a의 값의 합은 근과 계수와의 관계에 의하여 6이다.

참고 : 근을 구해서 더해도 좋다.

7 출제의도 수학1

무한수열의 극한- 무리수 형태의 $\infty-\infty$꼴의 극한값을 구하는 문제이다.

$\sqrt{n^2+n+1}$의 자연수 부분을 n이라하면

$\sqrt{n^2+n+1}$의 소수 부분은 $\sqrt{n^2+n+1}-n$으로 쓸 수 있다.

$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n+1}-n)\cdots\cdots$㉠

㉠은 $\infty-\infty$꼴의 무리식이므로 루트가 있는 쪽을 유리화하면

㉠$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{(\sqrt{n^2+n+1}+n)}$

다시 $\dfrac{\infty}{\infty}$의 무리식의 극한이므로 루트 밖의 최고차 항 n으로 분모 분자를 나누면

$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-\frac{1}{n}}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+1)}=\dfrac{1}{2}$

8 출제의도 고등수학 하

삼각함수의 성질-삼각함수의 성질을 이용하여 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 대한 이해도를 묻는 문제이다.

$4x^2-2x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta,\ \cos\theta$이므로

ⅰ) 두근의 합 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

ⅱ) 두근의 곱 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{k}{4}$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}\quad(\because\sin^2\theta+\cos^2\theta=1)$

$1+2\times\dfrac{k}{4}=\dfrac{1}{4}$

$\therefore k=-\dfrac{3}{2}$

9 출제의도 고등수학 상

식의 계산-비례식의 값을 구하는 문제이다.

$(x+y):(y+z):(z+x)=3:4:5$이므로

$x+y=3t\cdots\cdots$㉠

$y+z=4t\cdots\cdots$㉡

$z+x=5t\cdots\cdots$㉢

로 놓을 수 있다.

㉠, ㉡, ㉢을 변변 더하면

$2(x+y+z)=12t$

$x+y+z=6t\cdots\cdots$㉣

㉣에 ㉠, ㉡, ㉢을 각각 대입하면

$z=3t\quad x=2t,\quad y=t$

따라서 $\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}=\dfrac{2t^2+3t^2+6t^2}{(2t)^2+t^2+(3t)^2}=\dfrac{11}{14}$

10 출제의도 수학1

급수의 합-시그마의 개념을 이해하고 시그마의 계산방법을 이용하여 급수의 합을 구하는 문제이다.

$\sum\limits_{k=1}^{n}a_k=S_n$이므로

$S_n=\log(n+3)(n+4)\quad\cdots\cdots$㉠

$S_{n-1}=\log(n+2)(n+3)\cdots\cdots$㉡

㉠-㉡하면

$S_n-S_{n-1}=\{\log(n+3)(n+4)\}-\{\log(n+2)(n+3)\}$

$S_n-S_{n-1}=a_n\ (n\geq2)$로부터

$a_n=\log\dfrac{(n+3)(n+4)}{(n+2)(n+3)}=\log\dfrac{n+4}{n+2}$

$a_{2k}=\log\dfrac{2k+4}{2k+2}=\log\dfrac{k+2}{k+1}$

따라서 $\sum\limits_{k=1}^{29}a_{2k}=\sum\limits_{k=1}^{29}\log\dfrac{k+2}{k+1}$

$=\log\dfrac{3}{2}+\log\dfrac{4}{3}+\log\dfrac{5}{4}+\log\dfrac{6}{5}+\cdots\log\dfrac{31}{30}$

$\log\dfrac{3\times4\times5\times6\cdots31}{2\times3\times4\times5\cdots30}=\log\dfrac{31}{2}$

$\log\frac{31}{2} \Leftrightarrow \log\frac{q}{p}$이므로

$p=2,\ q=31$

따라서 $p+q=\mathbf{33}$

11 출제의도 고등수학 상

실수체계-닫혀 있다의 뜻을 연산표를 이용하여 반례를 들어 해결하는 문제이다.

집합 $A=\{-1,\ 1,\ -i,\ i\}$에 대한 연산표를 만들어 사칙을 해보면 쉽게 알 수 있다.

즉 반례를 찾는다.

$\times$	-1	1	$-i$	i
-1	1	-1	i	$-i$
1	-1	1	$-i$	i
$-i$	i	$-i$	-1	1
i	$-i$	i	1	-1

$\div$	-1	1	$-i$	i
-1	1	-1	$-i$	i
1	-1	1	i	$-i$
$-i$	i	$-i$	1	-1
i	$-i$	i	-1	1

이와 같이 곱셈, 나눗셈에 대하여 닫혀있다.

12 출제의도 고등수학 상

이차방정식의 이론-공통근을 구하는 문제이다.

공통인 근이 α이므로

$\alpha^2+k\alpha+5=0\cdots\cdots$㉠

$\alpha^2+5\alpha+k=0\cdots\cdots$㉡

㉠-㉡하면

$(k-5)\alpha-(k-5)=0$

$(k-5)(\alpha-1)=0 \quad \therefore k=5$ 또는 $\alpha=1$

ⅰ) $k=5$일 때 $\alpha^2+5\alpha+5=0\cdots\cdots$㉠

$\alpha^2+5\alpha+5=0\cdots\cdots$㉡

㉠=㉡이므로 오직 하나의 공통인 근을 가질 수 없다.

(공통근 2개)

$\therefore k\neq 5$

ⅱ) $\alpha=1$일 때 $1+k+5=0 \quad k=-6$

따라서 $k+\alpha=-6+1=\mathbf{-5}$

13 출제의도 고등수학 상

다항식-고차의 다항방정식의 해를 구하는 문제이다.

직육면체에서 구멍을 뚫린 육면체를 빼면 되므로

$x^2(x+2)-(x+2)=40$

$x^3+2x^2-x-2=40$

$x^3+2x^2-x-42=0$

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 2 & -1 & -42 \\ & & 3 & 15 & 42 \\ \hline & 1 & 5 & 14 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+2x^2-x-42=0$

$(x-3)(x^2+5x+14)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{-5\pm\sqrt{25-56}}{2}$(허근)

x는 가로의 길이이므로 허근일수 없다.

따라서 $x=\mathbf{3}$

14 출제의도 수학 1

상용로그-지표와 가수의 의미에 대한 이해도를 파악하는 문제이다.

$\log 3250$의 지표 $n=3$

$\log 0.00325=\log(10^{-3}\times 3.25)=-3+\log 3.25$

따라서 $\log 0.00325$의 가수 $a=\log 3.25$

n과 a의 곱 $na=3\log 3.25$

$=3\times 0.5119=\mathbf{1.5357}$

15 출제의도 수학1

무한등비수열-무한등비수열의 극한을 구하는 문제이다.

$$f(9)=\lim_{n\to\infty}\frac{9^{n+1}-1}{9^n+1}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{9-\frac{1}{9^n}}{1+\frac{1}{9^n}}=9$$

$$f\left(\frac{1}{9}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{9^{n+1}}-1}{\frac{1}{9^n}+1}=-1$$

따라서 $f(9)+f\left(\frac{1}{9}\right)=9-1=\mathbf{8}$

16 출제의도 고등수학 상

다항식-나머지 정리를 이용한 다항식의 나머지를 구하는 문제이다.

ⅰ) $P(x)$를 $(x+1)$로 나누면 나머지가 3이므로

$P(-1)=3$

ⅱ) $P(x)$를 $(x-1)^2(x+1)$로 나누었을 때의 나머지는 3차 식으로 나누었으므로 $R(x)=ax^2+bx+c$로 놓을 수 있다.

그런데 $P(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누면 나머지가 $2x-1$이므로

$R(x)=ax^2+bx+c=a(x-1)^2+2x-1$

따라서 $P(x)=(x-1)^2(x+1)q(x)+a(x-1)^2+2x-1$

100% 적중 변홍석교수님의
공무원 수학 정공법
EVERY DAY

2013년도 7월 27일 시행
국가 9급 공채 필기시험
해설판

노량진 중심의
지안공무원학원 수학과 대표강사
변 홍석교수님이 운영하는
공무원 수학 자료실[공수정]

$P(-1)=4a-3=3 \therefore a=\dfrac{3}{2}$

$R(x)=\dfrac{3}{2}(x-1)^2+2x-1$

$R(3)=\dfrac{3}{2}(2)^2+2(3)-1=6+6-1=11$

---

17 출제의도 고등수학 하

평면좌표-두 점 사이의 거리와 점과 직선과의 거리에 대한 이해도를 묻는 문제이다.

두 점 $A(3,\ 1)$, $B(-1,\ -2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-1=\dfrac{1+2}{3+1}(x-3)$

$y-1=\dfrac{3}{4}(x-3)\ \therefore 3x-4y-5=0$

$\therefore 3x-4y-5=0$과 원점 $O(0,\ 0)$사이의 거리는

$d=\dfrac{|-5|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{5}{5}=1$

---

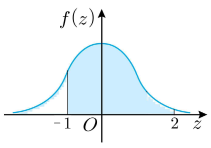
18 출제의도 미적분과 통계 기본

표준정규분포-표준정규분포표를 이용하여 확률을 구하는 문제이다.

$m=50,\quad \sigma=4$이고

$z=\dfrac{X-m}{\sigma}$이므로

$\dfrac{46-50}{4}\le z\le\dfrac{58-50}{4}$



$-1\le z\le 2$

오른쪽 그림에서

$P(-1\le z\le 2)=0.3413+0.47720.8185=\mathbf{0.8185}$

---

19 출제의도 고등수학 하

무리함수-무리함수의 그래프를 이해하여 기울기를 구하는 문제이다.

두 점 P, Q를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{\triangle y}{\triangle x}=\dfrac{d-b}{c-a}\cdots\cdots$㉠

$b=\sqrt{a}$, $\quad d=\sqrt{c}$이므로 두 식의 양변을 각각 제곱하면

$b^2=a,\quad d^2=c\cdots\cdots$㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$\dfrac{\triangle y}{\triangle x}=\dfrac{d-b}{d^2-b^2}$

$=\dfrac{d-b}{(d-b)(d+b)}=\dfrac{1}{d+b}\ (\because d\ne b)\cdots\cdots$㉢

조건에서 $b+d=2$이므로 ㉢에 대입하면

구하는 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$

---

20 출제의도 고등수학 하

함수-합성함수와 역함수의 성질을 이용한 함숫값을 계산하는 문제이다.

먼저 $g(x)=x-3$에 역함수를 구하면

$g^{-1}(x)=x+3$

또 $f(1)=a+b$

$f(-1)=-a+b$

ⅰ) $(g\circ f)(1)=-1$에서

$(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(a+b)=a+b-3$

문제에서 $a+b-3=-1$

$a+b=2\ \cdots\cdots$㉠

ⅱ) $(g^{-1}\circ f)(-1)=3$에서

$(g^{-1}\circ f)(-1)=g^{-1}(f(-1))=g^{-1}(-a+b)$

$=-a+b+3$

문제에서 $-a+b+3=3$

$-a+b-0\cdots\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $a=1,\ b=1$

따라서 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은 $1\times1=1$